



## Construção e uso de teodolito para o estudo da trigonometria

Gabriely Vitoria Rolin<sup>1</sup> – [gabrielymartins182@gmail.com](mailto:gabrielymartins182@gmail.com)  
Maria Eduarda da Silva Vilas – [dudavilasboas12345@gmail.com](mailto:dudavilasboas12345@gmail.com)  
Carlos Daniel Bueno dos Santos – [cd144791@gmail.com](mailto:cd144791@gmail.com)  
João Lucas Pereira dos Santos de Paula – [joaolucaspereiradosantos@gmail.com](mailto:joaolucaspereiradosantos@gmail.com)  
Viviane Moretto da Silva Fuly<sup>2</sup> – [viviane.fuly@ifpr.edu.br](mailto:viviane.fuly@ifpr.edu.br)  
*Instituto Federal do Paraná – IFPR Paranavaí*

### Resumo:

Este trabalho é fruto de um projeto de pesquisa que alia conteúdos de trigonometria a situações práticas de obtenção de medidas e alturas inalcançáveis. Na primeira fase do projeto, como motivação inicial, foi lançado o desafio de medir a altura da estrutura metálica que compõe o portal do campus do IFPR de Paranavaí, posteriormente, foi desenvolvido o trabalho de pesquisa sobre trigonometria e construção de um modelo matemático, na tentativa de generalizar a situação e preparar os alunos para a próxima etapa do projeto, que visa a construção de ferramentas para auxiliar essas medições. Para o modelo inicial, a semelhança de triângulos e as relações trigonométricas no triângulo retângulo foram aplicadas, tomando como referência, a sombra projetada pela estrutura, comparada com a sombra de objeto de medidas conhecidas. Durante os estudos, o ângulo de visada apareceu como item importante a ser medido e o protótipo de um teodolito foi construído e reformulado com essa finalidade, utilizando uma base de madeira do tipo MDF, revestida pela impressão graduada de um transferidor de 360° e uma caneta tipo laser para auxiliar no foco do alvo da medição. Durante a fase de testes, foram realizadas medições de prédios e mastros do campus, enquanto trabalhavam-se também noções de aproximações e médias. Como conclusões, pode ser apontado o avanço dos alunos nos estudos da trigonometria e desenvoltura dos mesmos em trabalhos práticos de medições de distâncias e alturas utilizando o teodolito.

**Palavras-chave:** Construção de teodolito; Problemas de trigonometria; Medições com teodolito.

### 1. Introdução

Para que o processo de ensino-aprendizagem de conteúdos matemáticos seja desenvolvido de forma ótima, é necessário que o aluno participe efetivamente da construção de seu conhecimento, que acontecerá mediante relações lógicas com conceitos já construídos anteriormente e incorpore o papel principal na pesquisa de conceitos de trigonometria e na busca por solução do problema apresentado.

Ao pesquisarmos sobre o ensino da trigonometria, é muito comum que apareçam triângulos, circunferências, relações e funções seno, cosseno e tangente, porém podemos observar que normalmente tais conceitos surgem em um enfoque demasiadamente grande em regras, relações e fórmulas especificamente criadas para resolver ou calcular variáveis que aparecem nos itens citados inicialmente. A literatura traz dados e hipóteses sobre o surgimento da trigonometria relacionando-o com problemas gerados pela Astronomia, Navegações e Agrimensura datados por volta de IV ou V a.C.

De acordo com BOYER (1974), papiros egípcios que resistiram ao desgaste do tempo, com mais de três milênios e meio registram problemas envolvendo a cotangente. O mais famoso dentre eles e também o mais extenso que se conhece é o chamado Papiro de Rhind, que na realidade teve seu nome emprestado por Henry Rhind, um antiquário escocês que teria comprado a peça em 1858 em uma cidade à beira do Rio Nilo.

De acordo com USP (2016), dentre os personagens mais famosos da história da trigonometria, deve-se destacar Hiparco de Nicéia. Astrônomo que viveu por volta de 180 a

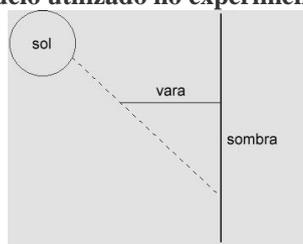
<sup>1</sup> Aluna bolsista do Programa Bolsas Inclusão Social (PBIS).

<sup>2</sup> Orientadora do projeto no PBIS.

125 a. C. fez um tratado em doze livros no qual aparece o que deve ter sido a primeira tabela trigonométrica e inclui a tábua de cordas. Ganhou então o direito de ser conhecido como “o Pai da Trigonometria” e lhe teve atribuídas contribuições importantes à Astronomia como a elaboração de um catálogo estelar, melhoramentos em constantes astronômicas como a duração do mês e do ano, o tamanho da Lua, o ângulo de inclinação da eclíptica, a descoberta da precessão dos equinócios.

Cada uma das funções trigonométricas tem sua origem apresentada em livros de História da Matemática. Vale aqui apresentar a função tangente, conhecida antigamente como função sombra, por ser associada a sombras projetadas por uma vara colocada na horizontal. A variação do Sol causava uma variação no ângulo em que os raios formavam com a vara, modificando o tamanho da sombra:

**Figura 1 – Modelo utilizado no experimento com sombras**



Fonte: USP, 2016.

Podemos afirmar então, que é de extrema importância que os estudantes percebam que a trigonometria não é usada apenas para estudar triângulos e circunferências, ou como instrumento potente de cálculo, mas entendam também que sua aplicação se estende servindo de ferramenta para resolução de questões quantitativas e lógicas. É utilizada em várias situações práticas e teóricas, envolvendo não somente problemas internos desta matéria, mas também de outras disciplinas científicas e tecnológicas que envolvem fenômenos periódicos como eletricidade, termodinâmica, óptica, eletrocardiogramas, entre outros. Diante disso, há necessidade de uma melhor compreensão do assunto “trigonometria” através do seu ensino, sua importância, suas aplicações.

Tradicionalmente, alunos estudam trigonometria por muitos anos durante a vida escolar, possivelmente sem saber como, quando e como utilizar, tendendo a repetição e simples memorização de fórmulas, relações e definições e, possivelmente, encontrando grandes problemas durante as aplicações desse conhecimento.

Nessa proposta de trabalho, consideramos que a aprendizagem de novos conceitos matemáticos se consolida mais rapidamente quando se inicia pela apresentação de uma situação problema ao aluno, ficando a formalização e generalização do conceito como a última etapa do processo de aprendizagem. O conteúdo matemático abordado por meio de Modelagem e investigações é desencadeado no decorrer das atividades com a formalização posterior a sua utilização. Isso permite que à medida que o aluno busca ferramentas para resolver a situação problema, ele mobilize conhecimentos já adquiridos e perceba que novos conteúdos se fazem necessários. (KATO et al, 2010).

Uma parte considerável de suas ideias são fruto de abstrações de situações empíricas, que delas se distanciam ao serem generalizadas e aprofundadas. Aumenta-se o nível de detalhes e sua complexidade, tornando-se menos significativa e mais complicada para quem está fora desse campo de estudo. (BASSANEZI, 2009).

O trabalho do professor com essa metodologia não é só um desafio ao estudante, mas também ao professor, pois quando é proposta uma situação problema, não se pode prever quais os caminhos ou direcionamentos que os estudantes formularão para resolver a atividade proposta pelo professor.

## 2. Materiais e Métodos

O projeto foi desenvolvido de forma prática e orientada, de forma que os estudantes assumam papéis protagonistas da produção de seus conhecimentos, que será construído a partir de um problema inicial.

Foi lançado aos alunos o desafio de medir a altura do Portal do Campus onde estudam, seguido de orientações embasadas na teoria de resolução de problemas.

Figura 2 – Portal de entrada do Campus Paranaíba do Instituto Federal do Paraná



Foto: o Autor, 2016.

Em seguida, em uma segunda etapa, foi realizada a construção de instrumentos que auxiliam na medição de distâncias inalcançáveis a partir das informações, dados obtidos e pesquisas realizadas anteriormente. Nesse momento, os alunos já contavam com conhecimento matemático necessário para a confecção de ferramenta de medição do ângulo de visada do objeto a ter sua altura medida.

Foi construído um teodolito com materiais reciclados e realizados vários testes, acompanhados da verificação baseada nos conceitos de trigonometria estudados e obtenção de novos dados das medições das alturas e distâncias propostas, obtidas anteriormente pela proporcionalidade das sombras.

Durante os testes do primeiro protótipo, foram observados vários pontos a serem aprimorados, tais como:

- necessidade de uma base fixa para que se evite a inclinação do teodolito, alterando os dados da medição;
- necessidade de um marcador mais exato para o foco (no caso, o topo do objeto vertical a ser medido), pois o canudo utilizado inicialmente comprometia a exatidão dos dados.

Após tais apontamentos, os alunos se empenharam em construir outro protótipo, com as melhorias indicadas e de posse de ambos, outras atividades de medição foram realizadas com a possibilidade de comparação dos resultados obtidos com o uso dos dois instrumentos.

Foram realizadas também atividades de medição de distâncias horizontais com o teodolito aperfeiçoado.

## 3. Resultados e Discussões

Durante os trabalhos iniciais, ainda na primeira etapa do projeto, os alunos usaram o conceito de proporcionalidade a partir de medições das sombras feitas com trena. No princípio tinha-se o intuito de saber a altura do portal da guarita da entrada da instituição, porém, para facilitar as medições da sombra, foi feita a medição do mastro como teste.

Usava-se os valores da sombra do mastro/portal e outra fonte de comparação onde podia pegar o valor da altura e assim era feita uma proporcionalidade.

A partir disso surgiram algumas questões como a importância do solo ser plano ao longo da sombra, como seria medir alturas de objetos que não houvesse acesso à sua sombra,

dentre outras.

Foi após uma nova pesquisa realizada pelos alunos que surgiu a importância do ângulo de visada, que necessita de uma ferramenta adequada para ser medido: o teodolito.

O primeiro protótipo foi construído com materiais simples: uma chapa de madeirite, transferidor impresso, canudo, copo com tampa plástica, um pedaço de arame, cola líquida.

**Figura 3 - Teodolito construído com materiais reciclados**



Foto: o Autor, 2016.

Foram observados alguns problemas no primeiro protótipo, como por exemplo a amplitude dos resultados das medições, resultando em inexatidão bastante grosseira.

Vale ressaltar que durante o estudo do ângulo de visada, os alunos realizaram estudos das relações trigonométricas no triângulo retângulo para garantir a compreensão do modelo construído, de medição de altura.

Ao longo do projeto, talvez por influência das falas constantes sobre o seno e o cosseno, os alunos fizeram vários cálculos utilizando-os. Foi necessária uma intervenção da orientadora para que percebessem que, para otimizar os cálculos, a tangente era a mais indicada, pois, com o ângulo de visada medido pelo teodolito, a distância tomada até o ponto a ser medido caracterizava o cateto adjacente a esse ângulo e a altura a ser medida, como cateto oposto.

A fim de minimizar os erros e problemas apontados com o protótipo inicial, foi construído novo instrumento com os melhoramentos necessários possíveis.

**Figura 4 - Protótipo de Teodolito**



Foto: o Autor, 2016.

A base fixa apontada como necessária foi posta com um tripé que, com a possibilidade de inclinação do madeirite contendo a impressão do transferidor, tornava possível conferir o ângulo de  $0^\circ$  a partir do marcador em  $270^\circ$  quando “solto”, o foco da caneta laser tornou mais precisa a marcação do topo do objeto a ser medido (quando a medição for vertical) e o tripé possibilitou o uso do instrumento também na posição horizontal, podendo assim, ser utilizado também para medições de distâncias.

#### **4. Conclusões**

O trabalho, que se iniciou como um desafio de medição, desenrolou-se como uma

oportunidade de vivência e aplicação de teorias e fórmulas que normalmente são apresentadas nos cursos regulares por meio de aplicações e fixação via exercícios impressos ou retirados de livros didáticos.

Percebeu-se que o envolvimento dos alunos ao longo das discussões e pesquisas realizadas foi crescente, bem como seus repertórios argumentativos e questionamentos. A postura dos mesmos em momentos de explicação de suas dúvidas e descobertas também foi aprimorada.

O desenvolvimento das atividades de medição com o teodolito chamou a atenção de outros alunos do campus, que demonstraram interesse em participar de cursos ou momentos de aplicação futuros, evidenciando que a prática e a manipulação de instrumentos físicos podem ser grandes auxílios nos estudos de trigonometria.

No que diz respeito às medições propostas, as atividades realizadas pelos alunos apontaram 20 m e 9 m como as alturas aproximadas do mastro e da estrutura metálica do portal do campus, respectivamente.

Ressaltamos aqui que os dados numéricos acima mencionados não representam a conclusão mais importante do trabalho, mas sim seu desenvolvimento via construção dos conhecimentos práticos, matemáticos e metodológicos envolvidos.

## REFERÊNCIAS

BASSANEZI, R. C. **Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática**. 4ª ed. Ed. Contexto. São Paulo, 2014.

BOYER, C. **História da Matemática**. Trad. de Elza Gomide. São Paulo: Edgard Blücher Ltda, 1974.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

D'AMBRÓSIO, U. **Da Realidade à ação: reflexões sobre Educação e Matemática**. São Paulo: Universidade Estadual de Campinas, 1986. 115p.

DANTE, L.R., **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**. Ed. Ática. São Paulo, 2000.

USP - Universidade de São Paulo. **E-cálculo**, Instituto de Física. Disponível em <[http://ecalculo.if.usp.br/historia/historia\\_trigonometria.htm](http://ecalculo.if.usp.br/historia/historia_trigonometria.htm)>. Acesso em 04/11/2016.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. Trad. Hygino H. Domingues, São Paulo: Unicamp, 1995. 843p.

KATO, L. A. et al. **Situações matemáticas sob o olhar da modelagem matemática, resolução de problemas e investigação**. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10, 2010, Salvador. Anais... Salvador, 2010.

SMOLE, K.S., & DINIZ, M.I., (Orgs.) **Ler, escrever e resolver problemas: Habilidades básicas para aprender matemática**. Ed. Artmed. Porto Alegre-RS, 2001.

SOUZA, J. R. **Matemática. Novo olhar**. 2 ed. São Paulo: FTD, 2013. vol. 1 e 2.